

Über elektrische Ströme in fließendem Quecksilber,
hervorgerufen durch Diffusion der Leitungselektronen

(Ein Beitrag zur Klärung des Leitungsmechanismus bei
flüssigem Quecksilber)

Fritz Cammerer

1959

Über elektrische Ströme in fließendem Quecksilber,
hervorgerufen durch Diffusion der Leitungselektronen

(Ein Beitrag zur Klärung des Leitungsmechanismus bei flüssigem Quecksilber)

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität zu München

Vorgelegt von

Fritz Cammerer

aus München

im Dezember 1959

Sonderdruck aus der "Zeitschrift für Physik" 160, 219-232
(1960)

Berichterstatter: Professor Dr. Walther Gerlach

Tag der mündlichen Prüfung: 24. Februar 1960



"UNI"-Druck, München 13, Amalienstr. 85

Aus dem I. Physikalischen Institut der Universität München

Über elektrische Ströme in fließendem Quecksilber, hervorgerufen durch Diffusion der Leitungselektronen

(Ein Beitrag zur Klärung des Leitungsmechanismus bei flüssigem Quecksilber)

Von

FRITZ CAMMERER

Mit 3 Figuren im Text

(Eingegangen am 15. Juli 1960)

An einer rasch abklingenden zirkularen Strömung von Quecksilber wird ein durch verschieden große Diffusion der Leitungselektronen und der Atomrümpfe erzeugter elektrischer Strom bestimmt.

Aus der Richtung des Stromes und einem Vergleich mit der Theorie wird gefolgert, daß in flüssigem Quecksilber Elektronen und Löcher mit einer „freien Weglänge“ vorhanden sind, und diese freie Weglänge bei den Elektronen um etwa 2% größer als bei den Löchern ist.

Die Hall-Konstante für flüssiges Quecksilber läßt sich aus den Messungen zu $-6,3 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{A sec}$ abschätzen.

1. Einleitung

Elektrische Ströme in einem bewegten Plasma wurden erstmals von BIERMANN¹ und SCHLÜTER² beschrieben. Nach den Vorstellungen eines freien Elektronengases in den Metallen ist ein *flüssiges Metall* in etwa auch als Plasma aufzufassen, und es ist denkbar, daß auch darin unter geeigneten Bedingungen elektrische Ströme auftreten.

Zunächst soll an dem speziellen Fall einer laminaren Strömung das Zustandekommen des elektrischen Stromes erklärt werden. Dabei sollen mit „Elektronen“ lediglich die als frei angenommenen Leitungselektronen und mit „Ionen“ die verbleibenden Ionenrümpfe bezeichnet sein.

Jeder einzelne Stromfaden der laminaren Strömung befindet sich in einem Gleichgewichtszustand des Impulsaustausches mit seinen benachbarten Stromfäden. Dabei werden die beiden Komponenten, die Elektronen und Ionen, infolge ihrer thermischen Energie auch Impulse senkrecht zur Strömungsrichtung haben. Trotzdem wird ein Ion wegen seiner großen Masse und wegen der quasikristallinen Nahordnung des

¹ BIERMANN, L.: Z. Naturforsch. 5a, 65 (1950).

² SCHLÜTER, A.: Z. Naturforsch. 5a, 72 (1950); 6a, 73 (1951).

flüssigen Quecksilbers stets eine Fließgeschwindigkeit besitzen, die der seiner Nachbarionen entspricht.

Ein Elektron dagegen hat eine „freie Weglänge“ und vermag so in benachbarte Stromfäden unter Beibehaltung seiner ursprünglichen Fließgeschwindigkeit einzudringen. Erst nach einiger Zeit wird es sich durch Impulsaustausch der neuen Strömungsgeschwindigkeit anpassen.

Wir betrachten drei Stromfäden mit den Koordinaten x , $x + \lambda$ und $x - \lambda$ als Abstand von der Rohrmitte, wobei λ die mittlere freie Weglänge der Elektronen bedeuten soll. Von der Ladung her gesehen bleibt jeder Stromfaden neutral, da für den Diffusionsvorgang der Elektronen keine Vorzugsrichtung besteht. Aber es wird im Stromfaden (x) ein elektrischer Strom fließen, falls die Geschwindigkeitsdifferenz

$$\Delta v = (v_{x+\lambda} - v_x) - (v_x - v_{x-\lambda}) \quad (1)$$

von Null verschieden ist.

Bei dem parabolischen Geschwindigkeitsprofil der laminaren Strömung ist dies der Fall, und man kann diese Geschwindigkeitsdifferenz einfach berechnen.

Nach dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz gilt:

$$v_x = \frac{\text{grad } p (r^2 - x^2)}{4\eta} \quad (2)$$

Die Geschwindigkeitsbilanz aus dem Bereich $(x + \lambda)$ bzw. $(x - \lambda)$ in den dazwischen liegenden Stromfaden eingedrungenen Elektronen ergibt sich aus Gl. (1) und Gl. (2) zu

$$\Delta v = - \frac{\text{grad } p \lambda^2}{2\eta} \quad (3)$$

Unabhängig von der Stelle im Rohrquerschnitt bleiben also Elektronen gegenüber der Fließgeschwindigkeit etwas zurück. Wir haben einen elektrischen Strom zu erwarten, der proportional der Gl. (3) und ferner noch proportional der Anzahl der Impulsaustausche in der Zeiteinheit im Rohrquerschnitt ist. Da dieser elektrische Strom auf eine Diffusion der Leitungselektronen zurückzuführen ist, soll er ferner mit Diffusionsstrom bezeichnet werden.

Das zu dieser Erläuterung benutzte laminare parabolische Strömungsprofil ist für das Zustandekommen des Diffusionsstromes nicht erforderlich. Die entscheidende Voraussetzung ist nur ein gekrümmtes Geschwindigkeitsprofil.

BURHORN, GRIEM und LOCHTE-HOLTGREVEN³ haben auf das Vorhandensein von Diffusionsströmen in zirkulierendem Quecksilber erst-

³ BURHORN, F., H. GRIEM u. W. LOCHTE-HOLTGREVEN: Z. Physik **137**, 175 (1954).

mals hingewiesen und Messungen an einer toroidalen Strömung durchgeführt. In der vorliegenden Arbeit wird der Diffusionsstrom einer nicht stationären zirkularen Strömung behandelt.

2. Die Strömungserzeugung und das Meßprinzip

Der Diffusionsstrom wird nur im Falle einer in sich geschlossenen Strömung dauernd fließen können, da sich sonst eine dem Strom entgegengerichtete Feldstärke aufbaut, die einen weiteren Strom verhindert.

Es wurde ein Schlauch mit Quecksilber gefüllt und die beiden Enden ringförmig zusammengefügt. Die Beschleunigung des Quecksilbers erfolgte auf einem rotierenden Drehteller. Durch die Reibung mit der Schlauchwand und die innere Reibung wird das Quecksilber allmählich bis zur Bahngeschwindigkeit des Schlauches beschleunigt. Wird nun der Drehteller plötzlich abgestoppt, so zirkuliert das Quecksilber im Schlauch weiter und es wird sich ein Geschwindigkeitsprofil ausbilden, da die Randschichten an der Wand abgebremst werden. Bis das Quecksilber durch innere Reibung zum Stillstand gekommen ist, solange ist der Diffusionsstrom zu erwarten.

Die Messung dieses Stromes erfolgt über sein Magnetfeld, das ringförmig den Quecksilberfaden umgibt. Es wird ein hochempfindlicher magnetischer Spannungsmesser in Verbindung mit einem ballistischen Galvanometer verwendet, dessen Integrationszeit groß gegenüber der Fließdauer des Quecksilbers ist. Diese meßtechnisch wesentliche Voraussetzung soll für alle weiteren Betrachtungen Gültigkeit haben. Ihre Richtigkeit wird im Abschnitt 4 theoretisch und experimentell bestätigt werden.

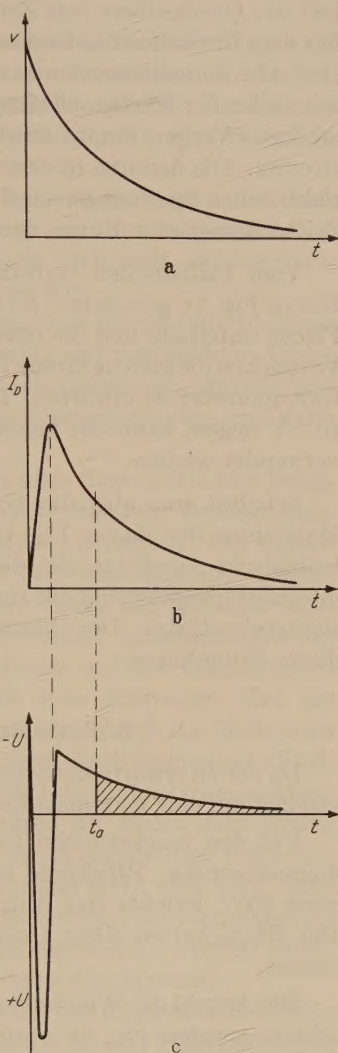


Fig. 1 a—c. Qualitativer Zusammenhang der Zeitabhängigkeit von Fließgeschwindigkeit (a), Diffusions-Stromstärke (b) und der im magnetischen Spannungsmesser induzierten elektrischen Spannung (c)

Die Fig. 1a—c erläutern qualitativ den Zusammenhang von Quecksilberströmung und der im magnetischen Spannungsmesser induzierten Spannung. Fig. 1a zeigt die Fließgeschwindigkeits-Zeitabhängigkeit des Quecksilbers vom Zeitpunkt des Abstoppens des Drehtellers an. Mit dem Entstehen des Geschwindigkeitsprofils wird der Diffusionsstrom (Fig. 1b) schnell seinen maximalen Wert erreichen und dann langsam mit sinkender Fließgeschwindigkeit wieder auf Null zurückgehen. Den analogen Verlauf nimmt natürlich auch das Magnetfeld des Diffusionsstromes. Die dadurch in dem magnetischen Spannungsmesser erzeugten elektrischen Spannungen sind in Fig. 1c gezeigt. Es ist dies die nach der Zeit differenzierte Kurve der Fig. 1b.

Vom ballistischen Galvanometer werden die Flächen $\int U dt$ der Kurve Fig. 1c gemessen. Es ist mathematisch leicht zu sehen, daß die Fläche unterhalb und die oberhalb der Zeitachse bei entgegengesetztem Vorzeichen die gleiche Größe haben. Demnach ist also kein Ausschlag am Galvanometer zu erwarten. Da die Spannungen in der Größenordnung 10^{-6} V liegen, kann ein handelsüblicher Gleichrichter nicht mit Erfolg verwendet werden.

Schaltet man aber das Galvanometer erst nach dem Zeitpunkt des Maximums der Kurve Fig. 1c ein (z.B. zum Zeitpunkt t_a), so ist der ballistische Ausschlag, der die in der Fig. 1c eingezeichnete Restfläche integriert, proportional der zum Einschaltzeitpunkt zugehörigen Diffusionsstromstärke. Der Ausschlag ist dabei unabhängig vom Verlauf dieser Stromkurve.

3. Einzelheiten der Meßapparatur

Da der zu erwartende Stromeffekt sehr klein ist, wurde alle Aufmerksamkeit auf eine maximale Empfindlichkeit der Meßapparatur gerichtet.

Für den magnetischen Spannungsmesser wurden, wegen der Entmagnetisierung, Ringkerne gewählt. Das Material bestand aus „Hyperm 800“, welches eine Anfangspermeabilität von etwa 40 000 besitzt. Die Ringe hatten einen Querschnitt von 1 cm^2 und 4 cm Innendurchmesser.

Die Anzahl der Windungen auf den Ringkernen sowie der Drahtquerschnitt wurden für die optimale ballistische Galvanometeranpassung zu je 5000 Windungen und einem Kupferdraht-Durchmesser von 0,18 mm bestimmt. An der Apparatur konnten vier solche Ringspulen untergebracht werden.

Die Wicklung erfolgte so, daß nach jeder Wickellage die Fortschreiterichtung der einzelnen Windungen umgedreht wurde, wobei der Wickelsinn natürlich stets beibehalten blieb. Dadurch wird erreicht, daß die

einzelnen Wickellagen keine geschlossenen Induktionsschleifen bilden, die gegebenenfalls zu Störungen führen könnten. Wegen der Erschütterungsempfindlichkeit der hochpermeablen Ringkerne wurden diese frei von oben her gehalten.

Wegen der Verwendung von Ringkernen mußte die Halterungs- und Beschleunigungsanlage für das Quecksilber aus einem durch drei äußere Kegelräder gehaltenen U-Profiling hergestellt werden. Er bestand aus Duraluminium, war zur Einführung in die Spulen in 2 Halbringe unterteilt und hatte einen Durchmesser von 12,5 cm.

Die Umlaufgeschwindigkeit des Quecksilberträgers war mit einer Bahngeschwindigkeit von 6,5 m/sec für das Quecksilber festgelegt. Dies entspricht etwa 20 Umdrehungen je Sekunde und stellt aus mechanischen Gründen eine ungefähre obere Grenze dar.

In den U-Profiling wurden 5 Windungen eines Kunststoffschlauches von 3 mm lichter Weite eingelegt. Destilliertes und von gelösten Gasen befreites Quecksilber wurde in den Schlauch eingesaugt, Anfang und Ende unter einem Überwurfstück stumpf zusammengestoßen und dann thermisch verschweißt.

Das Abstoppen des Profilinges geschah über einen mit Leder belegten Bremsbacken. Mit diesem war ein elektronischer Verzögerungsschalter für die Einschaltung des Galvanometers gekoppelt. Der eigentliche Galvanometerschalter war ein ganz in Petroleum liegender Quecksilberschalter, der von einem Relais gesteuert wurde. Die Verzögerungszeiten konnten von 0,06 bis 0,5 sec variiert werden. Schwankungen des magnetischen Feldes (Großstadtverkehr!) haben auf den magnetischen Spannungsmesser keine Auswirkungen, da diese Störungen über die ganzen Ringkerne homogen verlaufen. Liegt aber durch die Meßspulen ein geschlossener Leiterring, so werden in diesem durch magnetische Feldschwankungen Kreisströme induziert, die zu Galvanometerausschlägen führen können. Der Störbeitrag der Profilirinne, der wegen ihres großen Querschnittes sehr beträchtlich wäre, wurde durch gegenseitige Isolierung der Halbringe vermieden. Das Quecksilber selber stellt aber auch einen solchen Ring dar. Aus diesem Grunde und auch wegen der mechanischen Erschütterungsempfindlichkeit des Supergalvanometers wurden sämtliche Messungen zwischen 2 und 4 Uhr morgens durchgeführt.

Die Apparatur war sorgfältig geerdet, auch der rotierende Profiling über Schleifer und das Quecksilber über einen in den Plastikschauch eingeschmolzenen Platinkontakt. Letzteres sollte vor allem die Möglichkeit eines Aufladevorganges beim Strömen des Quecksilbers in der Kunststoffröhre beseitigen. Eine eventuelle Aufladung des Kunststoffschlauches würde bei dem vorliegenden Experiment nicht stören, da dieser ja während der eigentlichen Messung stillsteht und so keinen Beitrag zu einem Strom liefern kann.

4. Der Fließvorgang nach dem Abstoppzeitpunkt

Wie schon erwähnt, ist für die Auswertung der Galvanometeraus schläge vorausgesetzt, daß das Quecksilber innerhalb etwa 1,5 sec — dem ermittelten Integrationsbereich der Meßanlage — zum Stillstand gekommen ist, d. h. keinen Diffusionsstrom mehr liefert.

Die Anfangsgeschwindigkeit des Quecksilbers betrug jeweils 6,5 m/sec. Dies führt zusammen mit den übrigen Größen des Versuches zu einer Reynoldsschen Zahl von über 100000. Für die Berechnung wird deshalb turbulente Strömung zugrunde gelegt. Nach den Arbeiten von REYNOLDS und BLASIUS⁴ ist der Widerstand proportional $v^{\frac{1}{2}}$, wobei v die über den Querschnitt gemittelte Geschwindigkeit bedeutet. Die Bewegungsgleichung lautet dann:

$$m \frac{dv}{dt} + D v^{\frac{1}{2}} = 0. \quad (4)$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt mit v_0 als Anfangsbedingung:

$$v = \frac{v_0}{\left(1 + \frac{3D}{4m} v_0^{\frac{3}{2}} t\right)^{\frac{2}{3}}}. \quad (5)$$

Die Bestimmung von D/m erfolgt aus Überlegungen für den stationären Fall und dem Widerstandsgesetz von BLASIUS. Es ergibt sich mit r für den Rohrradius:

$$\frac{D}{m} = \frac{0,665 \eta^{\frac{1}{2}} \varrho^{-\frac{1}{2}}}{r^{\frac{3}{2}}}. \quad (6)$$

Aus den Gln. (5) und (6) lassen sich die zu den Zeiten t gehörenden Geschwindigkeitswerte errechnen. Da es sich bei der Theorie des Diffusionsstromes zeigen wird, daß dieser bei dem vorliegenden Experiment proportional mit der Verzögerung der Fließgeschwindigkeit geht, sind noch die dv/dt -Werte in ihrer Zeitabhängigkeit zu berechnen. Gl. (5) lautet nach Differentiation nach der Zeit:

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{D}{m} \frac{v_0^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \frac{3D}{4m} v_0^{\frac{3}{2}} t\right)^{\frac{5}{3}}}. \quad (7)$$

Der Ausdruck D/m ist dabei wieder durch Gl. (6) gegeben. Nach Gl. (7) ist der dv/dt -Wert innerhalb einer Sekunde auf weniger als 1 % des Anfangsbetrages gesunken.

⁴ Handbuch der Experimentalphysik, Bd. IV/4, S. 74. 1932.

Um die Unsicherheiten, die in den theoretischen Ansätzen für die turbulente Strömung liegen, zumal diese Ansätze auf eine gekrümmte Geschwindigkeitsbahn angewendet werden, zu klären, war zu diesen Rechenwerten noch eine experimentelle Bestätigung nötig. Da Quecksilber solchen Untersuchungen nur sehr schwer zugänglich ist, wurden diese Versuche mit Wasser durchgeführt.

Dazu wurde der sonst mit Quecksilber gefüllte Plastischlauch mit Wasser und schwarzen Schwebeteilchen aufgefüllt. Der Abstoppversuch wurde senkrecht von oben mit einer 16 mm Filmkamera mit 64 Bildern pro Sekunde aufgenommen. Die Bewegung der Teilchen konnte dann ausgemessen werden. Aus der Fig. 2 ist eine im Rahmen der Meßgenauigkeit genügende Bestätigung der Theorie zu sehen.

Die theoretischen Werte für die Geschwindigkeiten des Wassers bzw. des Quecksilbers sind in der Fig. 2 durch die ausgezogenen Kurven angegeben. Diese liegen in ähnlicher Größenordnung, da Wasser und Quecksilber fast die gleiche Zähigkeit besitzen und die um eine Zehnerpotenz verschiedene Dichte nur mit der 0,25ten Potenz in den Geschwindigkeitswert eingeht.

Aus der Übereinstimmung von Theorie und Experiment ergibt sich die Brauchbarkeit der verwendeten theoretischen Ansätze bei der speziellen Strömung des vorliegenden Versuches für Wasser. Es ist sicher zu erwarten, daß dies auch für Quecksilber zutrifft, da die theoretischen Ansätze weitgehend unabhängig von Zähigkeit und Dichte Gültigkeit haben.

5. Eichung der Anlage und Meßergebnisse

Zur Eichung wurde an Stelle der Quecksilberwindungen eine Kupferdrahtschleife durch die Ringspulen gelegt. In diesem Draht wurden Ströme von etwa 10^{-7} bis 10^{-5} Amp ein- bzw. ausgeschaltet und so die Empfindlichkeit der Meßanordnung bestimmt.

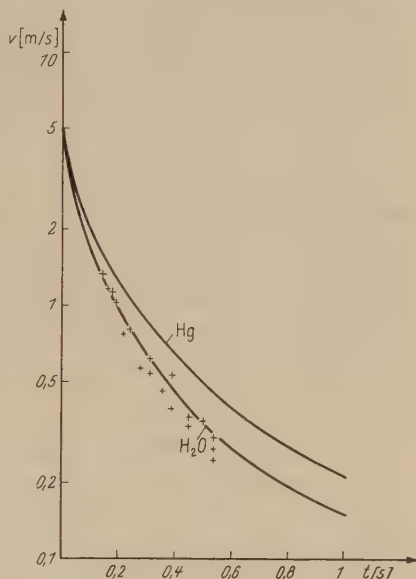


Fig. 2. Zeitabhängigkeit der Fließgeschwindigkeit von Quecksilber und Wasser. + Experimentelle Werte bei Wasser

Die Integrationszeit der Anlage wurde zu 1,5 sec ermittelt. Es wurde im letzten Kapitel bereits theoretisch und experimentell gezeigt, daß innerhalb dieser Zeit die Fließbewegung und damit auch der Diffusionsstrom nahezu völlig abgeklungen ist.

Die eigentlichen Messungen wurden nun so vorgenommen, daß jeweils 5mal das Quecksilber aus beiden Drehrichtungen abgestoppt wurde. Aus 10 solchen Messungen wurde dann der Mittelwert gebildet. Dieses

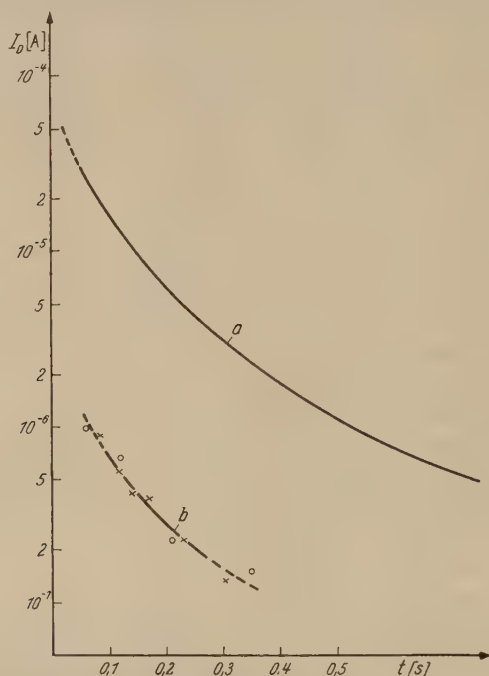


Fig. 3. Diffusions-Strom-Zeitabhängigkeit. *a* Theoretische Werte nach Gl. (13); *b* $\circ$ und $\times$ Meßpunkte zweier Versuchsserien

Verfahren war notwendig, da der mechanische und der elektrische Nullpunkt des Galvanometers nicht immer übereinstimmten. Im Falle einer exakten Übereinstimmung von mechanischem und elektrischem Nullpunkt erwiesen sich die Galvanometerauslässe symmetrisch nach links und rechts, je nach der Drehrichtung des Quecksilbers. Die Meßserien wurden mit verschiedenen Verzögerungen des Galvanometer-Einschaltzeitpunktes vorgenommen.

Um zu zeigen, daß die Meßergebnisse nur mit der Strömung des Quecksilbers im Zusammenhang stehen, wurden Nullversuche mit Kupferringen an Stelle des Quecksilbers durchgeführt. Dabei zeigten die Mittelwerte all dieser Messungen keinen Stromeffect.

Das erdmagnetische Feld hat auf den Diffusionsstrom in der vorliegenden Versuchsanordnung nach theoretischen Überlegungen einen Einfluß, der um 4 Zehnerpotenzen unter dem Meßwert liegt. Mit Helmholtz-Spulen wurde ein magnetisches Feld von etwa dem 10fachen Betrag des erdmagnetischen Feldes an der Meßstelle erzeugt. Die Meßergebnisse wurden dadurch, in Übereinstimmung mit der Theorie, nicht beeinflußt.

In der Fig. 3 sind mit der Kurve *b* die Diffusions-Stromwerte für einen Quecksilberring von 3 mm Durchmesser in der Zeitabhängigkeit eingetragen. Die quantitative Auswertung im nächsten Kapitel wurde mit dem zum Zeitpunkt 0,15 sec gehörenden Mittelwert durchgeführt. Dieser Wert wurde deshalb gewählt, da die im Zeitraum 0,1 bis 0,2 sec liegenden Meßpunkte die größte Sicherheit haben.

Der Ausschlag des Galvanometers erfolgte beim Abstoppen aus einer Drehrichtung im Uhrzeigersinn nach rechts. Bei den Eichversuchen wurde die gleiche Ausschlagsrichtung ermittelt, wenn der Elektronenfluß aus dem Gegenzeigersinn abgeschaltet wurde. Dies stimmt mit unserer Vorstellung von Kapitel 1 auch überein, denn das Zurückbleiben der freien Elektronen gegenüber der Fließgeschwindigkeit bedeutet ja einen Elektronenstrom in der dem Fließen entgegengesetzten Richtung.

6. Theorie und Auswertung der Meßergebnisse

In der im Kapitel 1 bereits erwähnten Arbeit von BURHORN, GRIEM und LOCHTE-HOLTGREVEN ist die Theorie zum Diffusionsstrom des Quecksilbers für den Fall einer allgemeinen Strömung entwickelt. Die Theorie wird aus den Bewegungsgleichungen für die freien Elektronen und die Atomrümpfe abgeleitet. Das Quecksilber ist als quasineutral und die beiden Komponenten als inkompressibel vorausgesetzt.

Das Ergebnis dieser Theorie lautet:

$$I_D = \frac{Ne}{v} \left[\underbrace{\varrho_e \int \frac{dv_e}{dt} dF}_I - \underbrace{\int k_e dF}_{II} + \underbrace{\int \text{grad } p_e dF}_{III} \right] - \left. \begin{aligned} & - \frac{2Ne\lambda^2}{\eta} \left[\underbrace{\varrho_i \int \frac{dv_i}{dt} dF}_{IV} - \underbrace{\int k_i dF}_V + \underbrace{\int \text{grad } p_i dF}_{VI} \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Darin bedeutet:

ϱ_e = Dichte der Elektronen

ϱ_i = Dichte der Ionen

N = Anzahl der Leitungselektronen im Volumelement

e = Elementarladung
 v_e = Fließgeschwindigkeit der Elektronen
 v_i = Fließgeschwindigkeit der Ionen
 F = Rohrquerschnitt
 ν = Reibungskonstante der Elektronen
 k_e = äußere auf die Elektronen wirkende Kräfte
 k_i = äußere auf die Ionen wirkende Kräfte
 $\text{grad } p_e$ = Druckgradient der Elektronen
 $\text{grad } p_i$ = Druckgradient der Ionen
 η = Zähigkeit des Quecksilbers
 λ = mittlere freie Weglänge der Leitungselektronen.

Bei der Anwendung von Gl. (8) auf das beschriebene Experiment verschwinden die Glieder II, III, V und VI. Die Glieder II und V werden Null, da der Strömungskanal waagrecht verläuft und auch kein äußeres elektrisches Feld vorhanden ist; die Glieder III und VI verschwinden, da in der Fließrichtung kein Druckgradient vorhanden ist. Der Ausdruck I gibt den Einfluß der Trägheit der Elektronen zum Strom wider. Die Reibungskonstante ν der Elektronen kann in die Größen-Leitfähigkeit κ , Elementarladung e , und Anzahl der Ladungsträger pro Volumeneinheit N aufgelöst werden. Bezeichnet man die elektrische Feldstärke mit E und die daraus sich ergebende Geschwindigkeit der Leitungselektronen mit v' , so lautet die Definition für ν :

$$NeE = \nu v'. \quad (9)$$

Mit $Eb = v'$, wobei b die Beweglichkeit bedeutet und mit $Ne b = \kappa$, ergibt sich:

$$\nu = \frac{N^2 e^2}{\kappa}. \quad (10)$$

Schreibt man noch für $\rho_e = m_e N$, so wird der Strombeitrag des Gliedes I von Gl. (8) zu

$$I = \frac{m_e}{e} \kappa \int \frac{dv}{dt} dF. \quad (11)$$

Daraus wird beim Übergang vom Strom zur elektrischen Feldstärke für den Fall eines Leiterringes

$$E = \frac{m}{e} \cdot \frac{dv}{dt}. \quad (12)$$

Dies ist die Formel, mit der der von TOLMAN ausgeführte Versuch über die Trägheit der Leitungselektronen meist beschrieben wird.

Einsetzen der Werte für Quecksilber und der Werte der Meßanordnung ergeben nach Gl. (11) einen Strom von $5 \cdot 10^{-10}$ Amp. Da dieser Beitrag zum gesamten Diffusionsstrom um etwa 3 Zehnerpotenzen

unter dem gemessenen Wert liegt, soll nun auch das Glied I der Gl. (9) vernachlässigt werden.

Bei einer Berechnung des noch verbleibenden Gliedes

$$I_D = \frac{2Ne\lambda^2}{\eta} \int \frac{dv}{dt} dF \quad (13)$$

sind N , die Anzahl der Leitungselektronen im Volumelement, und auch λ , die mittlere freie Weglänge der Leitungselektronen, nicht genau bekannte Größen. Setzt man N gleich mit der Anzahl der Atome im Volumelement, so ist der Fehler mit der Annahme von einem Leitungselektron pro Atom wohl kaum sehr groß.

Die freie Weglänge bei festem Quecksilber wurde von DINGLE⁵ nach Messungen von ANDREW⁶ zu etwa $45 \cdot 10^{-10}$ m angegeben. Entsprechend einer Widerstandserhöhung um den Faktor 3 beim Übergang vom festen zum flüssigen Zustand erscheint ein Wert von $15 \cdot 10^{-10}$ m für die freie Weglänge beim flüssigen Quecksilber als sinnvoll. Dieser Wert stimmt in etwa auch mit dem nach der Elektronentheorie der Metalle gefundenen Betrag von $11 \cdot 10^{-10}$ m überein.

Berechnet man mit letzterem Wert nach Gl. (13) den Diffusionsstrom, so ergibt sich die in der Fig. 3 mit der Kurve *a* angegebene Stromzeitabhängigkeit. Diese Kurve unterscheidet sich von der nach dem Experiment gefundenen um etwa den Faktor 20.

Faßt man λ als die durch das Experiment zu bestimmende Größe auf, so ergibt sich nach Gl. (13) mit dem gemessenen Wert für I_D eine mittlere freie Weglänge von $2,3 \cdot 10^{-10}$ m. Dies ist nach den Arbeiten von HENDUS⁷ noch nicht einmal die Entfernung zum nächsten Nachbaratom. Solch ein Wert für die freie Weglänge ist nicht sinnvoll.

Eine Erklärung für die überraschend kleinen experimentellen Werte des Diffusionsstromes gibt die Annahme, daß im flüssigen Quecksilber nicht nur Elektronen, sondern daß auch „Löcher“ mit einer freien Weglänge vorhanden sind. Für das vorliegende Experiment bedeutet das, daß auch Löcher dem in Kapitel 1 beschriebenen Diffusionsvorgang unterworfen sind und somit wie die Elektronen gegenüber der Strömung zurückbleiben. Dies führt dann zu einer Abschwächung des Stromeffektes, der durch die Elektronen erzeugt wird. Mit der Annahme, daß die beiden Diffusionsvorgänge voneinander unabhängig sind, wird aus Gl. (13)

$$I_D = \frac{(N_- \lambda_-^2 - N_+ \lambda_+^2) 2e \int \frac{dv}{dt} dF}{\eta} \quad (14)$$

⁵ DINGLE, R. B.: Proc. Roy. Soc., Lond. A **201**, 545 (1950).

⁶ ANDREW, E. R.: Proc. Phys. Soc., Lond. A **62**, 77 (1949).

⁷ HENDUS, H.: Z. Naturforsch. **3a**, 416 (1948).

Dabei müßten im Falle des Quecksilbers N_- und N_+ , die Anzahl der Leitungselektronen und die der Löcher, gleich groß sein. Das folgt aus dem Besetzungszustand der Elektronenschalen beim Quecksilber. Im atomaren Zustand sind alle Schalen, auch die äußerste, die 6s-Schale, mit Elektronen voll besetzt. Im flüssigen Zustand gelangen durch Überlappung der Bänder Elektronen in das 6p-Band unter Zurücklassung von ebensoviel Löchern im 6s-Band.

Eine explizite Bestimmung von N , λ_- und λ_+ kann aus der vorliegenden Messung nicht vorgenommen werden. Unter Zugrundelegung der bereits angegebenen Werte für N und λ errechnet sich das Verhältnis λ_-/λ_+ zu 1,02.

Nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit besitzt flüssiges Quecksilber sowohl frei bewegliche Elektronen wie auch frei bewegliche „Löcher“. Die mittlere freie Weglänge der Elektronen erweist sich dabei um etwa 2% größer als die der „Löcher“.

7. Diskussion der Ergebnisse

Ein Vergleich dieser Arbeit mit der von BURHORN, GRIEM und LOCHTE-HOLTGREVEN zeigt zunächst, daß die beiden Ergebnisse entgegengesetztes Vorzeichen haben. Außerdem fanden die genannten Verfasser einen Wert, der durchwegs etwas größer ist als ihn die Theorie erwarten läßt. Dies muß zu dem Schluß führen, daß im flüssigen Quecksilber nur Löcher mit einer freien Weglänge vorhanden sind.

Zur Klärung der beiden sich widersprechenden Ergebnisse sollen nun Messungen der Hall-Spannung herangezogen werden. Je nach dem Vorzeichen der Hall-Konstanten handelt es sich um eine vorwiegende Beweglichkeit der Elektronen, dies ist nach der klassischen Übereinkunft bei negativem Vorzeichen der Fall, oder um vorwiegende Beweglichkeit der Löcher bei positivem Vorzeichen. Die Messung des Hall-Effektes gibt also Auskunft über die Beweglichkeit, während die hier besprochenen Untersuchungen über die mittlere freie Weglänge eine Aussage machen.

Der Zusammenhang von freier Weglänge λ und Beweglichkeit b wird nach der Elektronentheorie gegeben durch

$$b = \frac{\lambda e}{\sqrt{2m u_0}}. \quad (15)$$

Sind die Masse des Elektrons m und die Grenzenergie des Elektrons u_0 beide von Null verschieden, so ist aus Gl. (15) qualitativ zu sehen, daß bei einem Nullwerden der freien Weglänge der Elektronen diese auch keine Beweglichkeit haben können.

Somit ist nach den Ergebnissen der obengenannten Autoren für die Hall-Konstante ein positives Vorzeichen zu erwarten. Ein solches Ergebnis ist jedoch nicht bekannt. An festem Quecksilber wurde von SERDUKE⁸ eine Hall-Konstante von $-7,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{A sec}$ gefunden. Danach ist also bei festem Quecksilber die Beweglichkeit der Elektronen wesentlich größer als die der Löcher. Dieses Ergebnis darf aber nicht unbedingt auf den flüssigen Zustand übertragen werden.

Die Messungen der Hall-Konstanten an flüssigem Quecksilber sind bisher erfolglos verlaufen, weshalb keine Aussagen über das Vorzeichen bekannt sind. FENNINGER⁹ sowie KIKOIN und FAKIDOW¹⁰ stimmen darin überein, daß die Hall-Konstante kleiner als $2 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{A sec}$ sein muß.

Das Ergebnis einer besonders kleinen Hall-Konstanten bei flüssigem Quecksilber weist nun ebenfalls auf einen gemischten Leitungsmechanismus hin. SONDHEIMER¹¹ und CHAMBERS¹² geben nach theoretischen Arbeiten für die Leitfähigkeit κ und die Hall-Konstante A_H bei einem 2-Bänder-Leitungsmechanismus folgende Formeln an:

$$\kappa = (N_- b_- + N_+ b_+) e \quad (16)$$

$$A_H = \frac{1}{e} \frac{(N_- b_-^2 - N_+ b_+^2)}{(N_- b_- + N_+ b_+)^2} = e \frac{(N_- b_-^2 - N_+ b_+^2)}{\kappa^2}. \quad (17)$$

Mit der Voraussetzung von Löchern und Elektronen gleicher Anzahl und einer verschwindenden Hall-Konstanten, was beides für flüssiges Quecksilber gegeben ist, folgt aus Gl. (17) eine gleich große Beweglichkeit der positiven und negativen Ladungsträger. Dies steht in sinnvoller Übereinstimmung mit einer etwa gleich großen freien Weglänge, dem Ergebnis dieser Arbeit.

Nach elektrokinetischen Messungen durch KLEMM und KNOF¹³ ist dem flüssigen Quecksilber eine überwiegende Elektronenbeweglichkeit zuzuordnen. Dies ist qualitativ ebenfalls in Übereinstimmung mit dem vorliegenden Ergebnis.

8. Die Hall-Konstante des flüssigen Quecksilbers

Es soll noch eine abschätzende Berechnung der Hall-Konstanten nach den Messungen der vorliegenden Arbeit erfolgen. Das Vorzeichen

⁸ SERDUKE, J.: Phys. Rev. **39**, 831 (1932).

⁹ FENNINGER, W.N.: Phil. Mag. **27**, 109 (1914).

¹⁰ KIKOIN, I., u. I. FAKIDOW: Z. Physik **71**, 393 (1931).

¹¹ SONDHEIMER, E.H., u. A.H. WILSON: Proc. Roy. Soc., Lond. A **190**, 435 (1947). — SONDHEIMER, E.H.: Proc. Roy. Soc., Lond. A **193**, 484 (1948).

¹² CHAMBERS, R.G.: Proc. Phys. Soc., Lond. A **65**, 903 (1952).

¹³ KLEMM, A., u. H. KNOF: Physiker-Tagung 1959, Berlin, Vortrag Nr. 19.

der Hall-Konstanten ist nach obigen Ausführungen negativ zu nehmen. Mit der Gl. (15) und der Annahme, daß bei den Elektronen und den Löchern die Massen und die Grenzenergien jeweils gleich sind, ist eine Umrechnung des gemessenen Wertes $N(\lambda_-^2 - \lambda_+^2)$ in $N(b_-^2 - b_+^2)$ und damit nach Gl. (17) eine Berechnung der Hall-Konstanten möglich.

Mit der nach der Elektronentheorie zu berechnenden Nullpunktsenergie, der Ruhemasse des Elektrons und der Leitfähigkeit des flüssigen Quecksilbers ergibt sich eine Hall-Konstante von $-6,3 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{A sec}$. Dies ist gegenüber dem experimentell direkt gefundenen Maximalwert von $2 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{A sec}$ zu groß. Bei Berücksichtigung der verschiedenen obenerwähnten Annahmen kann dieses Ergebnis aber noch befriedigen.

Herrn Professor Dr. W. GERLACH danke ich für die Anregung zu diesem Thema und für die Möglichkeit eines freien und großzügigen Arbeitens in seinem Institut.

Lebenslauf

Am 11. April 1927 wurde ich in München als Sohn des Oberregierungsrats Fritz Cammerer geboren. Meine gesamte Schul- und Studienzeit verbrachte ich in München. Im Anschluß an die Volksschule trat ich 1938 in das Wilhelmsgymnasium ein. Nach Unterbrechung meiner Gymnasialzeit durch verschiedene zivile Kriegseinsätze habe ich im Frühjahr 1947 das Abitur abgelegt. Seit dem Wintersemester 1947/48 bin ich an der Universität München zum Studium der Naturwissenschaften zugelassen.

Meine Arbeit über den Leitungsmechanismus bei flüssigem Quecksilber habe ich im 1. Physikalisches Institut der Universität angefertigt.

Seit November 1954 bin ich neben meiner Arbeit an der Universität im "Forschungsbau Tutzing" teils als wissenschaftlicher Assistent, teils als freier Mitarbeiter tätig. Dieses private Institut befaßt sich vornehmlich mit Problemen des Wärme- und Kälteschutzes bei Industrie- und Wohnungsbauten.

